NUMERI IRRAZIONALI

0 1 2 3 4

$\sqrt{2}$ → 1,41421...

$\sqrt{3}$ → 1,73205...

$\sqrt{5}$ → 2,23606...

π → 3,4141592654...

sono

Numeri decimali illimitati non periodici

spesso scritti come

RADICALI $\sqrt[N]{X} = A$

X = RADICANDO

N = INDICE DELLA RADICE

A = RADICALE (tutta la radice o il suo risultato, se è calcolabile)

RADICALE DI INDICE PARI

- Ci sono sempre 2 risultati!
- CONDIZIONI DI ESISTENZA: RADICANDO ≥ 0

RADICALE DI INDICE DISPARI

Le radici di indice dispari ESISTONO SEMPRE

SEMPLIFICAZIONE

Moltiplicando o dividendo per uno stesso numero l'**indice della radice** e l'**esponente del radicando**, il risultato non cambia (RADICALE EQUIVALENTE)

$$\sqrt[5]{3^2} = \sqrt[10]{3^4}$$

TRASPORTO DENTRO E FUORI DALLA RADICE

ESTRAZIONE:

- scomporre in fattori il radicando
- Estrarre i fattori che hanno esponente uguale all'indice

$$\sqrt[5]{3^5} = 3$$

INSERIMENTO:

Il fattore prende come esponente l'indice della radice

$$4\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{3\cdot 4^5}$$

RAZIONALIZZAZIONE

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

Far comparire al denominatore il prodotto notevole

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE

si può fare

Solo tra radicali UGUALI

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$ **NO!**

$\sqrt[5]{3}+\sqrt[3]{3}$ **NO!**

$\sqrt{3}+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt[5]{3}+\sqrt[5]{3} = 2\sqrt[5]{3}$

I radicali si trattano come le parti letterali dei monomi

MOLTIPLICAZIONE e DIVISIONE

si può fare

Solo tra radicali con STESSO INDICE

$\sqrt[5]{5}\cdot\sqrt[3]{3}$ **NO!**

$\sqrt[5]{5}\cdot\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{15}$

I radicandi si moltiplicano tra loro

ELEVAMENTO A POTENZA

TRASFORMARE IN POTENZE

$$\sqrt[5]{3^2} = 3^{\frac{2}{5}}$$

ELEVARE A POTENZA

$$\left(\sqrt[5]{3^2}\right)^3 = 3^{\frac{2}{5}\cdot 3}$$

I SISTEMI DI EQUAZIONI

sono

Insiemi di due o più equazioni contenenti un certo numero di incognite (x, y, z, t...)

Il grado massimo delle incognite presenti è il grado del sistema

indicati con

una parentesi graffa

possono essere

Lineari (tutte le equazioni di primo grado)

$$\begin{cases} 2x + 1 = 3x \\ 4x - 1 = 8 \end{cases}$$

NON Lineari (almeno un'equazione non di primo grado)

$$\begin{cases} 2x^2 + 1 = 3x \\ 4x - 1 = 8 \end{cases}$$

SISTEMI LINEARI

METODO DI SOSTITUZIONE

- isolare un'incognita in un'equazione
- sostituirla nell'altra equazione

$$\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ 3x - y + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow \quad x = y - 5$$

$$\begin{cases} x = y - 5 \\ 3(y - 5) - y + 8 = 0 \end{cases}$$

- Risolvere l'equazione con una sola incognita

$$3(y-5) - y + 8 = 0$$

- Sostituire il risultato nell'altra equazione

METODO DEL CONFRONTO

per sistemi di 2 equazioni in 2 incognite

- Isolare la stessa incognita in entrambe le equazioni
- Uguagliare i due secondi termini

$$\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ 3x - y + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ y = 3x + 8 \end{cases}$$

$$x + 5 = 3x + 8$$

- Risolvere l'equazione con una sola incognita
- Sostituire il risultato nell'altra equazione

METODO DI RIDUZIONE

- Rendere opposti i coefficienti di un incognita:

$$\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$$

$$-2\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$$

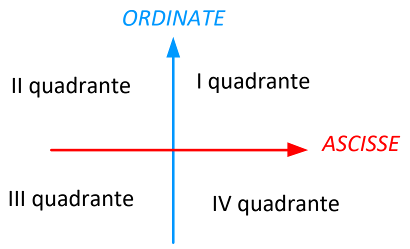
- Sommare i termini simili in colonna

$$\begin{array}{rrrl} -2x & \boxed{+2y} & -10 & = 0 \\ +3x & \boxed{-2y} & +8 & = 0 \\ \hline -x & \boxed{+0y} & -\ 2 & = 0 \end{array}$$

$$-x - 2 = 0$$

- Risolvere e sostituire in una delle equazioni di partenza

IL PIANO CARTESIANO



è formato da

due assi perpendicolari

- Asse x → asse delle ASCISSE
- Asse y → asse delle ORDINATE

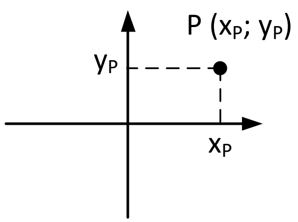
serve per

Rappresentare graficamente i luoghi geometrici

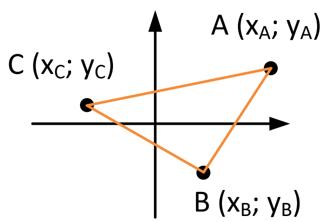
luoghi geometrici → Tutto ciò che sta nel piano cartesiano

tra cui ci sono...

PUNTI



SEGMENTI e POLIGONI



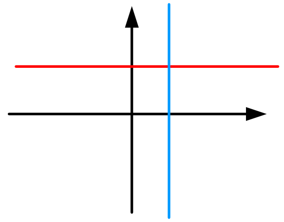
RETTE

RETTE ORIZZONTALI

$y = k$

RETTE VERTICALI

$x = k$

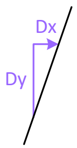


RETTE OBLIQUE

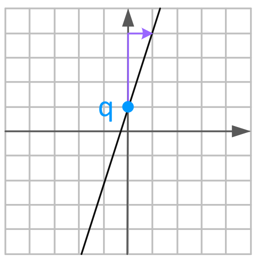
$y = mx + q$

m = coefficiente angolare

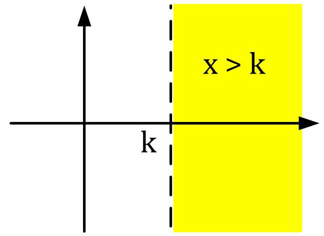
q = intercetta all'origine

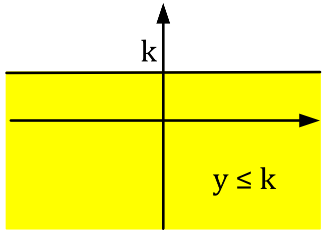


$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



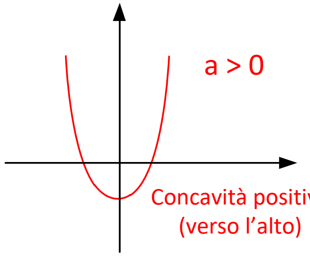
SEMIPIANI

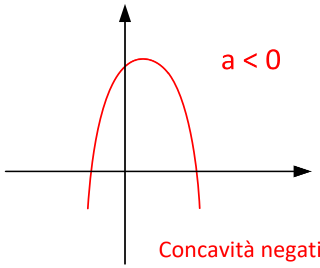




PARABOLE

$y = ax^2 + bx + c$





EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

è un

Uguaglianza tra polinomi che hanno grado 2

ha

FORMA CANONICA: $ax^2 + bx + c = 0$

- MONOMIA $ax^2 = 0$
- PURA $ax^2 + c = 0$
- SPURIA $ax^2 + bx = 0$
- COMPLETA $ax^2 + bx + c = 0$

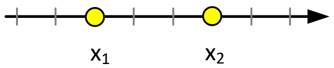
si risolve con la formula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Δ → discriminante

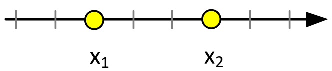
$\Delta = b^2 - 4ac$

$x_{1,2}$ → due soluzioni: x_1 e x_2 chiamate RADICI



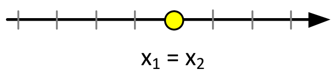
DISCRIMINANTE POSITIVO

2 radici distinte



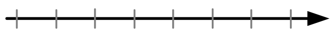
DISCRIMINANTE NULLO

Una sola radice con molteplicità 2



DISCRIMINANTE NEGATIVO

Nessuna radice reale (2 soluzioni complesse)



$\nexists\, x \in R$

DISQUAZIONI DI SECONDO GRADO

è una

diseguaglianza tra polinomi che hanno grado 2

ha

FORMA CANONICA: $ax^2 + bx + c \lesseqgtr 0$

- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$

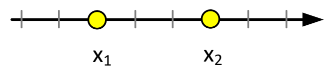
Formula per il calcolo delle radici:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Δ → discriminante

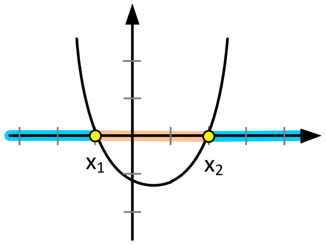
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$x_{1,2}$ → due radici: x_1 e x_2



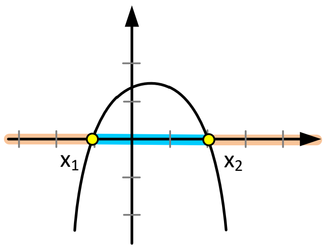
DISCRIMINANTE POSITIVO

a > 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$x < x_1 \lor x > x_2$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$x \leq x_1 \lor x \geq x_2$
$ax^2 + bx + c < 0$	$x_1 < x < x_2$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$x_1 \leq x \leq x_2$

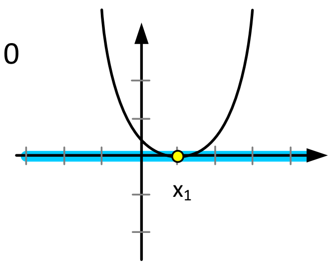
a < 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$x_1 < x < x_2$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$x1 \leq x \leq x2$
$ax^2 + bx + c < 0$	$x < x_1 \lor x > x_2$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$x \leq x1 \lor x \geq x2$

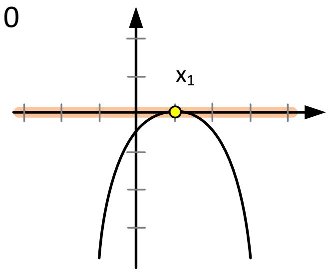
DISCRIMINANTE NULLO

a > 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$\forall x \in R \mid x \neq x_1$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c < 0$	$\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$x = x_1$

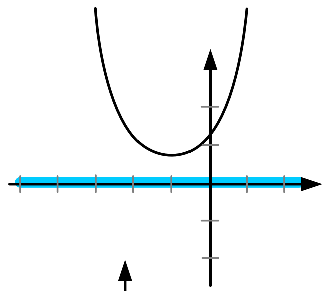
a < 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$x = x_1$
$ax^2 + bx + c < 0$	$\forall x \in R \mid x \neq x_1$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$\forall x \in R$

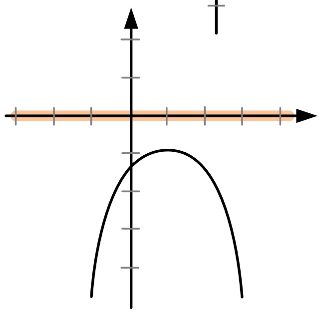
DISCRIMINANTE NEGATIVO

a > 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c < 0$	$\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$\nexists x \in R$

a < 0



$ax^2 + bx + c > 0$	$\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c \geq 0$	$\nexists x \in R$
$ax^2 + bx + c < 0$	$\forall x \in R$
$ax^2 + bx + c \leq 0$	$\forall x \in R$

EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

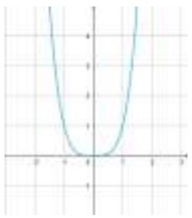
possono essere

MONOMIE

$ax^N = 0$

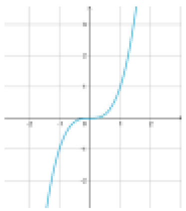
Passano tutte per l'origine degli assi

Indice N PARI



$x = 0$

Indice N DISPARI



$x = 0$

$ax^N > 0 \rightarrow \forall x \in R \mid x \neq 0$

$ax^N < 0 \rightarrow \nexists x \in R$

$ax^N \geq 0 \rightarrow$ sempre

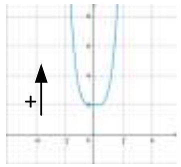
$ax^N \leq 0 \rightarrow x = 0$

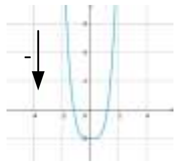
BINOMIE

$ax^N + b = 0$

Sono come le monomie, ma
traslate in verticale della quantità b

Indice N PARI





$x = \pm\sqrt[N]{\frac{b}{a}} \quad se \quad \frac{b}{a} > 0$

$\nexists x \in R \quad se \quad \frac{b}{a} < 0 x = 0$

Indice N DISPARI

$x = -\frac{b}{a}$

TRINOMIE

$ax^{2N} + bx^N + c = 0$

- Porre: $x^N = t^2$

  $at^2 + bt + c = 0$

- Risolvere in t
- Tornare alla variabile originale e risolvere come binomie

POLINOMIALI

$ax^N + bx^{N-1} + cx^{N-2} + \ldots = 0$

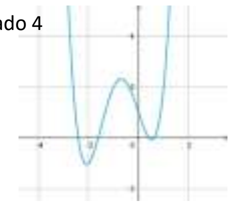
- Scomporre il polinomio in fattori:

  $(x - x1)(x - x2)\ldots.(x - xN) = 0$

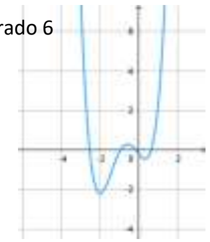
- Annullare ogni fattore:
  $x - x1 = 0$
  $x - x2 = 0$
  …

Indice N PARI

Grado 4

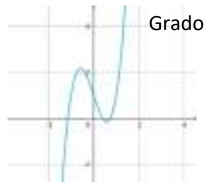


Grado 6

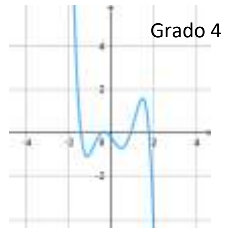


Indice N DISPARI

Grado 3



Grado 4



Numero massimo di gobbe: N - 1

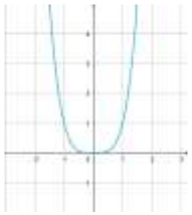
DISEQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

possono essere

MONOMIE

ax^N

Indice N PARI



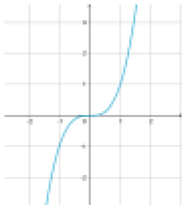
$ax^N > 0 \rightarrow \forall x \in R \mid x \neq 0$

$ax^N < 0 \rightarrow \nexists x \in R$

$ax^N \geq 0 \rightarrow$ sempre

$ax^N \leq 0 \rightarrow x = 0$

Indice N DISPARI



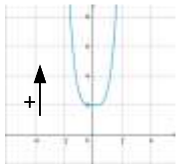
Isolare la x

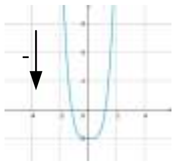
BINOMIE

$ax^N + b$

Sono come le monomie, ma traslate in verticale della quantità b

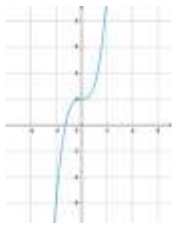
Indice N PARI





Si risolve come la parabola: intervalli interni o esterni in base al verso

Indice N DISPARI



Isolare la x

TRINOMIE

$ax^{2N} + bx^N + c$

- Porre: $x^N = t^2$

  $at^2 + bt + c = 0$

- Risolvere in t
- Tornare alla variabile originale e risolvere come binomie

POLINOMIALI

$ax^N + bx^{N-1} + cx^{N-2} + \dots$

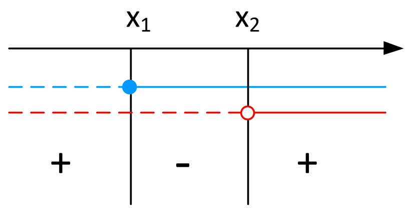
- Scomporre il polinomio in fattori:

  $(x - x1)(x - x2)\dots(x - xN)$

- Studiare il segno di ogni fattore:

  $x - x1 > 0$
  $x - x2 > 0$
  ...

- Fare lo schema dell'intersezione e prendere il segno corrispondente al verso



EQUAZIONI E DISEQUAZIONI ALGEBRICHE - RIASSUNTO

EQUAZIONE $f(x) = 0$

Svolgi i calcoli per arrivare alla forma canonica

EQUAZIONE INTERA

Di che grado è?

1° grado

$ax + b = 0$

Isola l'incognita

2° grado

$ax^2 + bx + c = 0$

Usa la formula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3° grado o più

<u>MONOMIE</u>

$ax^N = 0$

$x = 0$

<u>BINOMIE</u>

$ax^N + b = 0$

Isolare la x facendo la radice:
- N dispari à OK
- N pari à due soluzioni (±) oppure nessuna

<u>TRINOMIE</u>

$ax^N + bx + c = 0$

Porre x = t e risolvere come un equazione di secondo grado

<u>POLINOMIALI</u>

Scomporre il polinomio e usare la legge di annullamento del prodotto

$$A \cdot B \cdot C = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$$

EQUAZIONE FRATTA

$$\frac{N(x)}{D(x)} = 0$$

Soluzione:
N(x) = 0

Condizione di esistenza:
D(x) ≠ 0

DISEQUAZIONE $f(x) \gtrless 0$

Svolgi i calcoli per arrivare alla forma canonica

DISQUAZIONE INTERA

Di che grado è?

1° grado

$ax + b > 0$

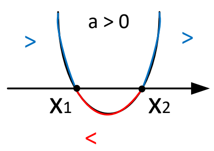
Isola l'incognita

2° grado

$ax^2 + bx + c \lessgtr 0$

Usa la formula e la parabola

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

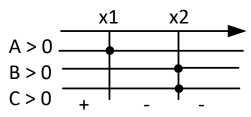


Scegliere l'intervallo in base al verso della disequazione

3° grado o più

Scomporre il polinomio e fare lo studio del segno

$$A \cdot B \cdot C \lessgtr 0$$



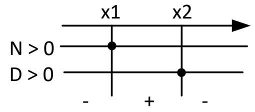
Scegliere l'intervallo in base al verso della disequazione

DISQUAZIONE FRATTA

$$\frac{N(x)}{D(x)} \lessgtr 0$$

numeratore ≥ 0
denominatore > 0

Studio del segno



Scegliere l'intervallo in base al verso della disequazione