MAPPE DI GEOMETRIA PER IL BIENNIO

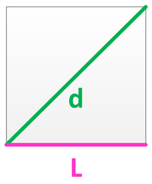
GEOMETRIA PIANA

QUADRATO

$A = L^2$

$2p = 4L$

$d = L\sqrt{2}$

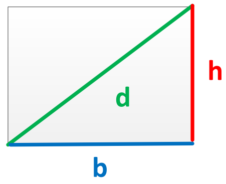


RETTANGOLO

$A = b \cdot h$

$2p = 2\,(b+h)$

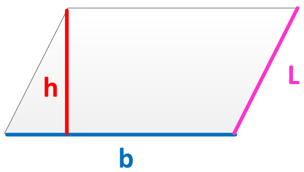
$d = \sqrt{b^2 + h^2}$



PARALLELOGRAMMA

$A = b \cdot h$

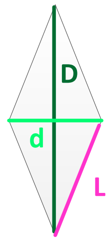
$2p = 2\,(b+L)$



ROMBO

$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$

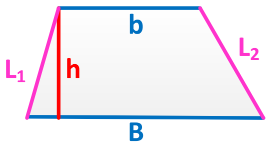
$2p = 4L$



TRAPEZIO

$A = \dfrac{(b+B)h}{2}$

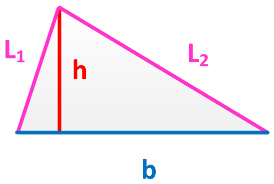
$2p = b+B+L_1+L_2$



TRIANGOLO

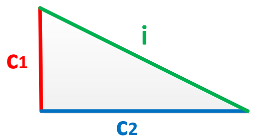
$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$

$2p = b+L_1+L_2$



TEOREMA DI PITAGORA

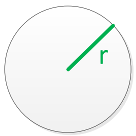
$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$



CIRCONFERENZA E CERCHIO

$A = \pi r^2$

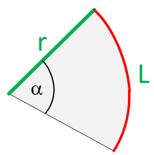
$C = 2\pi r$



ARCO L E SETTORE CIRCOLARE A

$L = \dfrac{2\pi r \alpha}{360}$

$A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$



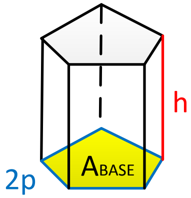
GEOMETRIA SOLIDA: poliedri

PRISMA RETTO

$S_L = 2p \cdot h$

$S_T = S_L + 2A_{BASE}$

$V = A_{BASE} \cdot h$

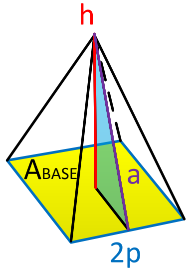


PIRAMIDE RETTA

$S_L = p \cdot a$

$S_T = p \cdot a + A_{BASE}$

$$V = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3}$$



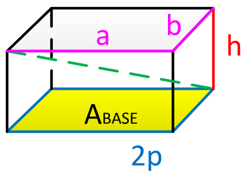
PARALLELEPIPEDO

$S_L = 2p \cdot h$

$S_T = S_L + 2A_{BASE}$

$V = A_{BASE} \cdot h$

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$



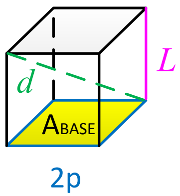
CUBO

$S_L = 4L^2$

$S_T = 6L^2$

$V = L^3$

$d = L\sqrt{3}$

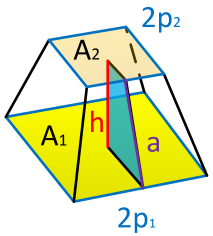


TRONCO DI PIRAMIDE RETTA

$S_L = (p_1+p_2)\, a$

$S_T = S_L + A_1 + A_2$

$$V = \frac{(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2}\,)\, h}{3}$$



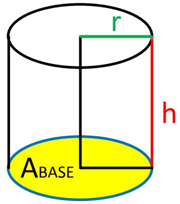
GEOMETRIA SOLIDA: solidi di rotazione

CILINDRO

$S_L = 2\pi r \cdot h$

$S_T = S_L + 2\pi r^2$

$V = \pi r^2 \cdot h$

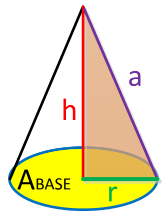


CONO

$S_L = \pi r \cdot a$

$S_T = S_L + \pi r^2$

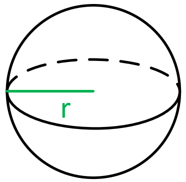
$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$



SFERA

$S = 4\pi r^2$

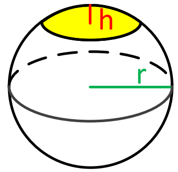
$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$



CALOTTA SFERICA

$S = 2\pi r \cdot h$

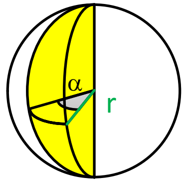
$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3}$$



SPICCHIO SFERICO

$$S = 4\pi r^2 \frac{\alpha}{360}$$

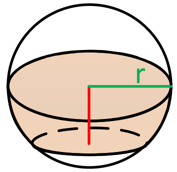
$$V = \frac{4\pi r^3}{3} \frac{\alpha}{360}$$



SEGMENTO SFERICO

$S = 2\pi r \cdot h$

$$V = \frac{\pi h^2(3r-h)}{3}$$

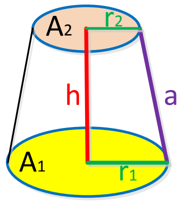


TRONCO DI CONO

$S_L = \pi(r_1 + r_2)\, a$

$S_T = S_L + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$$V = \frac{\pi\, h\, (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)}{3}$$



1) ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI

Le FIGURE GEOMETRICHE sono insiemi di PUNTI

che hanno

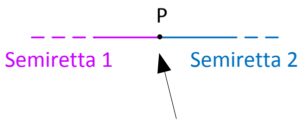
PROPRIETA' descritte tramite

- **TEOREMI**: sono proprietà che devono essere dimostrate tramite una sequenza di DEDUZIONI che partono da un IPOTESI (considerata vera) e arrivano ad una TESI (cioè quello che si vuole dimostrare)
- **POSTULATI e ASSIOMI**: sono proprietà ritenute vere senza dimostrazioni perché evidenti o perché necessarie per lo studio della geometria

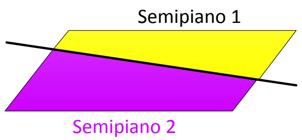
unendosi

Formano FIGURE COMPLESSE

SEMIRETTE e SEMIPIANI

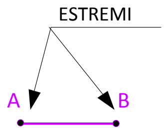


Due semirette che giacciono sulla stessa retta sono OPPOSTE



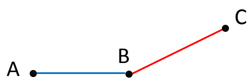
Due semipiani originati da una stessa retta sono OPPOSTI

SEGMENTI

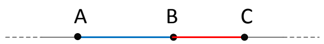


SEGMENTO NULLO: i suoi estremi coincidono

SEGMENTI CONSECUTIVI: hanno un estremo in comune



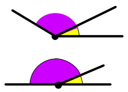
SEGMENTI ADIACENTI: sono consecutivi e giacciono sulla stessa retta

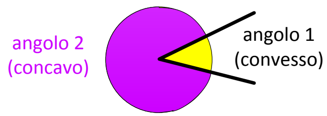


ANGOLI

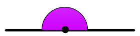
ANGOLI CONSECUTIVI:

ANGOLI ADIACENTI:

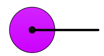




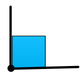
ANGOLO NULLO: 0°



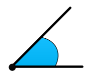
ANGOLO PIATTO: 180°



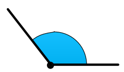
ANGOLO GIRO: 360°



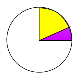
ANGOLO RETTO = 90°



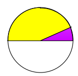
ANGOLO ACUTO < 90°



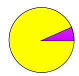
ANGOLO OTTUSO > 90°



ANGOLI COMPLEMENTARI
$\alpha + \beta = 90°$



ANGOLI SUPPLEMENTARI
$\alpha + \beta = 180°$



ANGOLI ESPLEMENTARI
$\alpha + \beta = 360°$

FIGURE

FIGURE CONCAVE: contengono il prolungamento dei loro lati

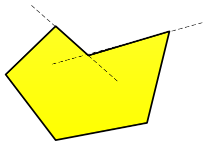
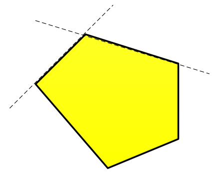


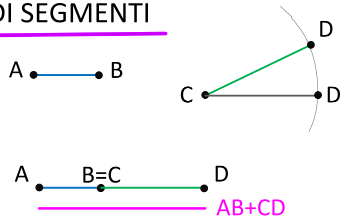
FIGURE CONVESSE: non contengono il prolungamento dei loro lati



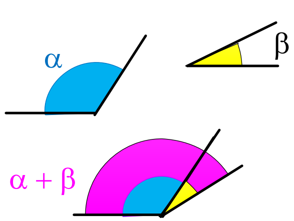
2) OPERAZIONI CON SEGMENTI E ANGOLI

ADDIZIONE

DI SEGMENTI

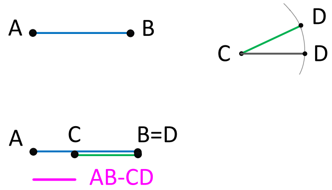


DI ANGOLI

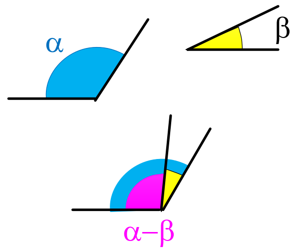


SOTTRAZIONE

DI SEGMENTI

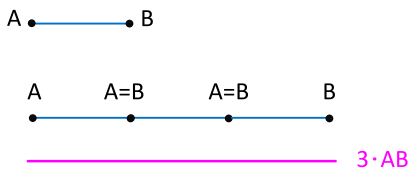


DI ANGOLI

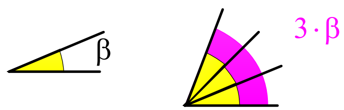


MOLTIPLICAZIONE

DI SEGMENTI

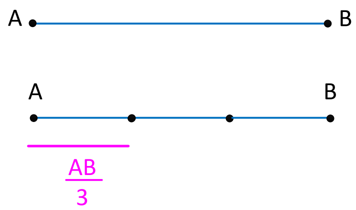


DI ANGOLI

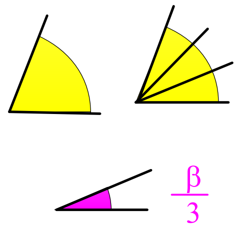


DIVISIONE

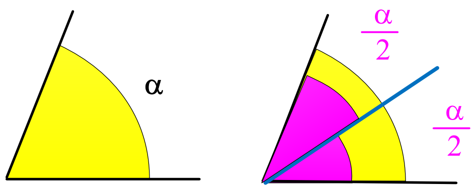
DI SEGMENTI



DI ANGOLI



La semiretta che divide a metà un angolo si chiama **BISETTRICE**



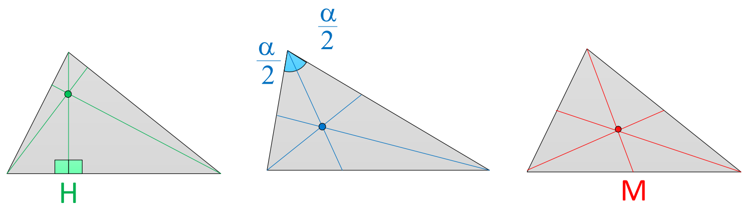
3) NOMENCLATURA DEI TRIANGOLI

sono

POLIGONI con 3 lati e 3 angoli

che hanno

Alcuni SEGMENTI CARATTERISTICI



ALTEZZE
ORTOCENTRO

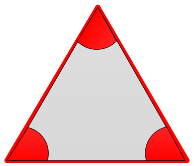
BISETTRICI
INCENTRO

MEDIANE
BARICENTRO

e si classificano in base

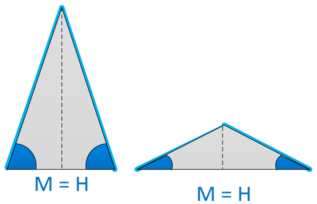
AI LATI

EQUILATERO



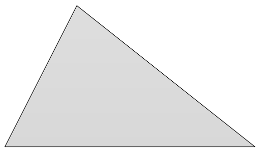
- Tutti i lati uguali
- Tutti gli angoli uguali (60°)
- Altezze, bisettrici e mediane coincidenti

ISOSCELE



- Lati obliqui uguali
- Angoli alla base uguali
- Altezza, bisettrice e mediana relative alla base coincidenti

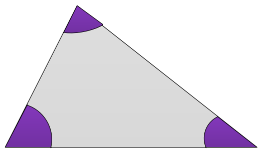
SCALENO



- Tutti i lati diversi
- Tutti gli angoli diversi
- Altezze, bisettrici e mediane diverse

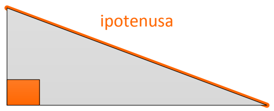
AGLI ANGOLI

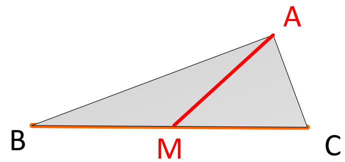
ACUTANGOLO



Tutti gli angoli sono acuti

RETTANGOLO

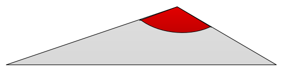




- Un angolo è retto
- La mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa

$AM = \frac{BC}{2}$

OTTUSANGOLO



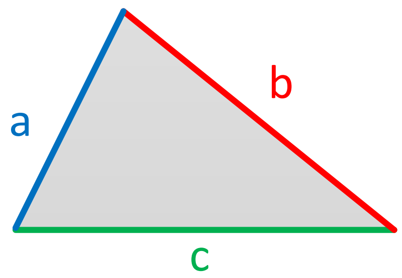
Un angolo è ottuso

4) PROPRIETA' DEI TRIANGOLI

sono

I LATI

Ogni lato è maggiore della differenza degli altri due e minore della loro somma



b − c < a < b + c

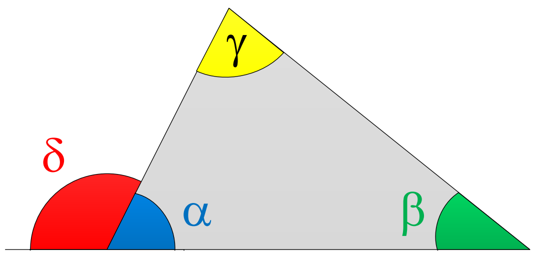
LA SOMMA DEGLI ANGOLI

- La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

- La somma degli angoli esterni di un triangolo è 360°
- Ogni angolo esterno è pari alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso

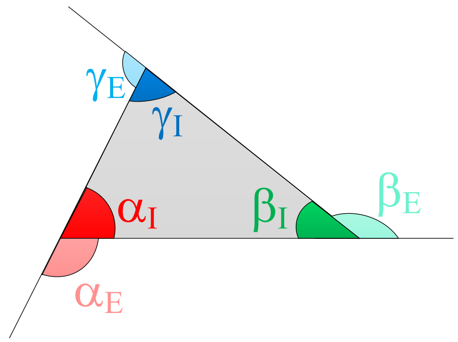
$$\delta = \gamma + \beta$$



LA MISURA DEGLI ANGOLI

Ogni angolo esterno è maggiore degli altri due angoli interni:

$$\gamma_E > \alpha_I$$
$$\gamma_E > \beta_I$$



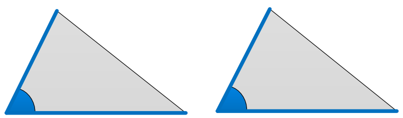
5) CRITERI DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI

2 triangoli ABC e A'B'C' sono CONGRUENTI per il

1° CRITERIO

se

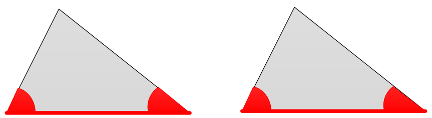
Hanno uguali due lati e l'angolo tra essi compreso



2° CRITERIO

se

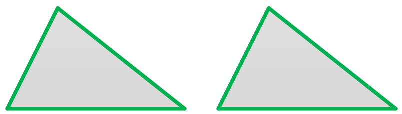
Hanno uguali un lato e gli angoli ad esso adiacenti



3° CRITERIO

se

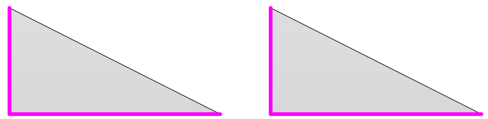
hanno uguali i tre lati



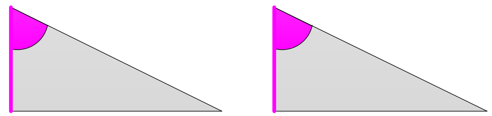
CRITERIO DEI TRIANGOLI RETTANGOLI

se hanno uguali

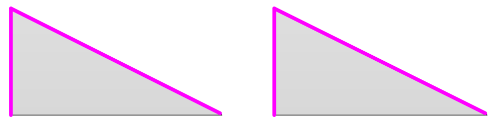
DUE CATETI



UN CATETO e UN ANGOLO ACUTO



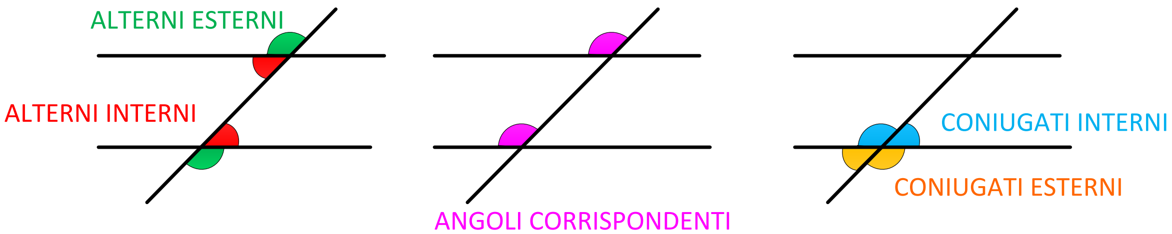
L'IPOTENUSA e UN CATETO



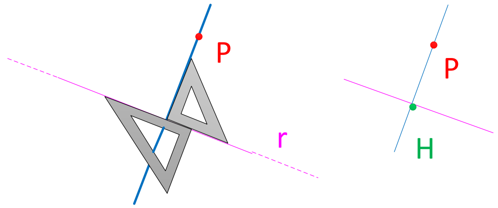
6) LE RETTE

Le RETTE possono essere

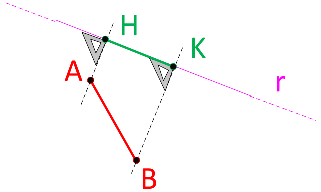
- **INCIDENTI**
  - se: Si contrano, formando angoli diversi da 90°
- **PARALLELE**
  - se: Tagliate da una trasversale formano angoli:
    - Alterni (interni o esterni) congruenti
    - Corrispondenti congruenti
    - Coniugati (esterni o interni) supplementari
- **SGHEMBE**
  - se: Se non si incontrano mai e non sono parallele
- **PERPENDICOLARI**
  - se: Si incontrano formando 4 angoli di 90°



Data una retta r e un punto P ESISTE SEMPRE la perpendicolare ed è UNICA



H= Proiezione ortogonale di P su r
H = Piede della perpendicolare

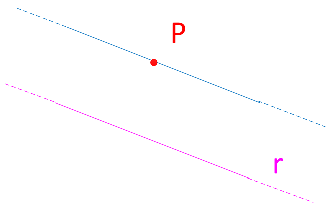


7) LE RETTE PARALLELE

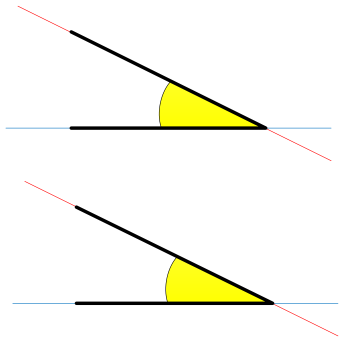
Godono di alcune proprietà

ESISTENZA E UNICITA’ DELLA PARALLELA

Data una retta r e un punto P che non le appartiene ESISTE SEMPRE la parallela ed è UNICA



ANGOLI CON LATI PARALLELI



Due angoli con i lati paralleli son congruenti

PROPRIETA’ RIFLESSIVA

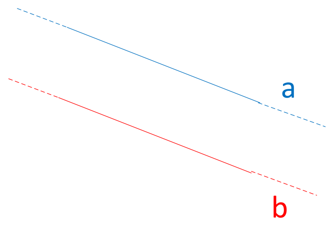
Una retta è sempre parallela a se stessa

r // r

PROPRIETA’ SIMMETRICA

Se una retta a è parallela ad una retta b, allora la retta b è parallela alla retta a

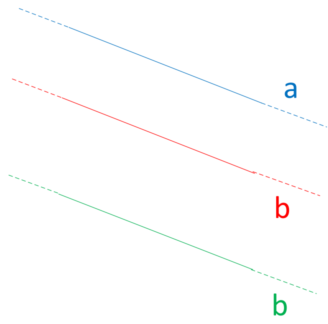
a // b ⟶ b // a

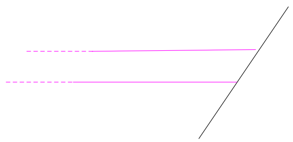


PROPRIETA’ TRANSITIVA

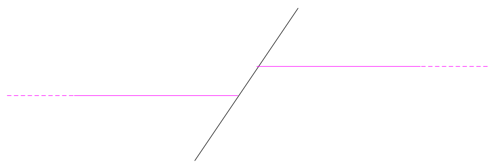
Se retta a è parallela ad una retta b e la retta b è parallela alla retta c, allora la retta a è parallela alla retta c

a // b ; b // c ⟶ a c





Semirette parallele concordi



Semirette parallele discordi

8) QUADRILATERI

sono

figure con 4 lati e quattro angoli

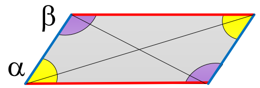
possono essere

PARALLELOGRAMMI (lati a 2 a 2 paralleli)

se

- I lati opposti sono congruenti
- Gli angoli opposti sono congruenti
- Le diagonali si tagliano a metà
- Due lati qualsiasi sono paralleli e congruenti

PARALLELOGRAMMI GENERICI



$$\alpha + \beta = 180°$$

La somma degli angoli interni è 360°

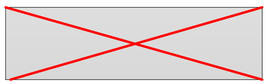
La somma degli angoli esterni è 360°

PARALLELOGRAMMI PARTICOLARI

RETTANGOLI

sono

Parallelogramma con gli angoli retti



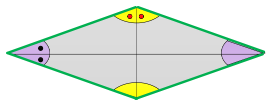
Le diagonali sono congruenti

Ha tutti gli angoli retti

ROMBI

sono

Parallelogramma con tutti i lati congruenti



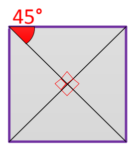
Le diagonali formano angoli retti

Le diagonali dividono gli angoli a metà (sono bisettrici)

QUADRATI

sono

Parallelogramma con gli angoli retti e i lati tutti congruenti

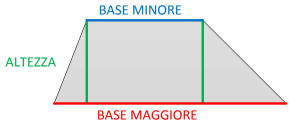


Le diagonali sono congruenti

Ha tutti gli angoli retti

Le diagonali dividono gli angoli a metà (sono bisettrici)

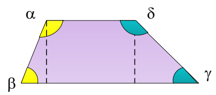
TRAPEZI (solo due lati paralleli)



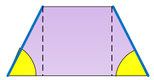
SCALENO

$\alpha + \beta = 180°$

$\gamma + \delta = 180°$

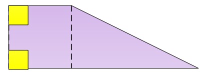


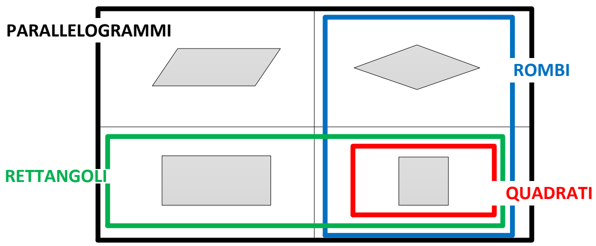
ISOSCELE

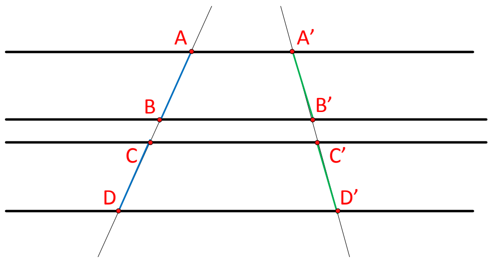


- Angoli alla base maggiore congruenti
- Angoli alla base minore congruenti
- Diagonali congruenti

RETTANGOLO

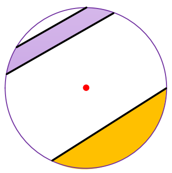






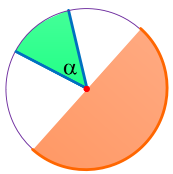
TEOREMA DI TALETE
In un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali, a segmenti congruenti su una trasversale corrispondono segmenti congruenti sull'altra

9) CERCHI E CIRCOFERENZE



SEGMENTO CIRCOLARE A 1 BASE

SEGMENTO CIRCOLARE A 2 BASI



SEMICIRCONFERENZA

SEMICERCHIO

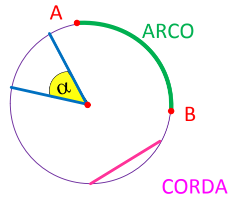
SETTORE CIRCOLARE

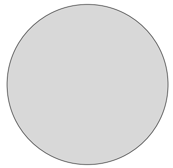
CIRCONFERENZA: luogo geometrico dei punti del piano che hanno distanza R (RAGGIO) da un punto O (CENTRO)

Per 3 PUNTI non allineati passa UNA E UNA SOLA circonferenza

ANGOLO AL CENTRO

È un angolo che ha il vertice nel centro della circonferenza



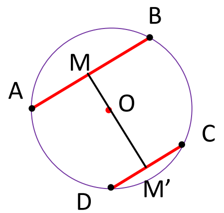


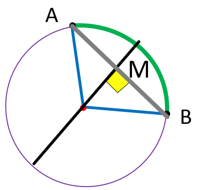
CERCHIO

E' l'insieme dei punti di una circonferenza e di quelli interni ad essa

TEOREMI SULLE CORDE

- Corde congruenti:
  - sottendono archi congruenti e viceversa
  - hanno la stessa distanza dal centro
- Se le corde non sono congruenti, quella maggiore ha minore distanza dal centro
- Un diametro è maggiore di ogni corda che non sia un diametro
- Se un diametro e una corda sono perpendicolari, il diametro divide a metà la corda, l'angolo al centro e l'arco corrispondenti
- Se un diametro passa per il punto medio di una corda, allora corda e diametro sono perpendicolari

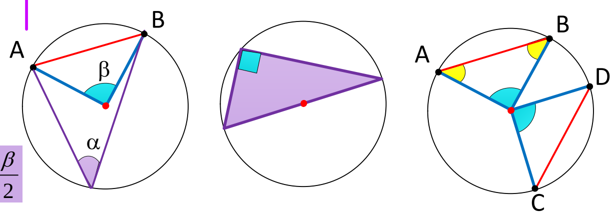




TEOREMI SUGLI ANGOLI

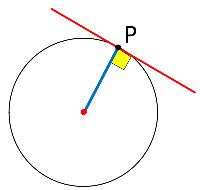
- Un angolo al centro è il doppio di un angolo alla circonferenza che insiste sullo stesso arco
- Un triangolo rettangolo inscritto in una circonferenza ha l'ipotenusa che coincide con il diametro
- Gli angoli la centro che insistono su corde di uguale lunghezza, sono uguali

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$



TEOREMI SULLE RETTE

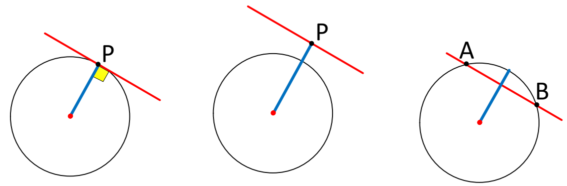
- Un retta tangente in un punto P ad una circonferenza è sempre perpendicolare al raggio passante per P



TANGENTE

ESTERNA

SECANTE



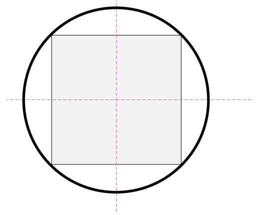
10) CIRCONFERENZE E POLIGONI

possono essere

INSCRITTI: tutti i vertici sono punti della circonferenza

SE e SOLO SE

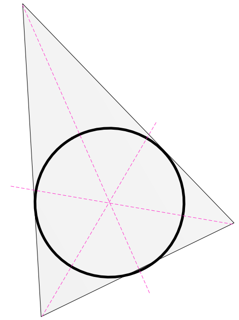
Gli ASSI dei suoi lati si incontrano tutti in uno stesso punto, il centro della circonferenza



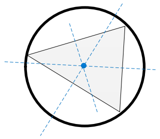
CORCOSCRITTI: tutti i lati sono tangenti alla circonferenza

SE e SOLO SE

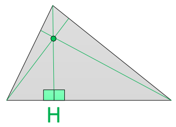
Le BISETTRICI degli angoli si incontrano tutte in un punto, il centro della circonferenza



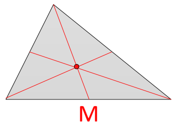
TRIANGOLI E CIRCONFERENZE (inscritti)



Incontro degli assi: CIRCOCENTRO

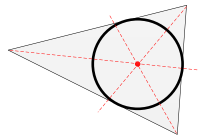


Incontro delle altezze: ORTOCENTRO



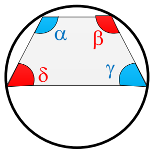
Incontro delle mediane: BARICENTRO

TRIANGOLI E CIRCONFERENZE (circoscritti)



Incontro delle bisettrici: INCENTRO

QUADRILATERI E CIRCONFERENZE (inscritti)



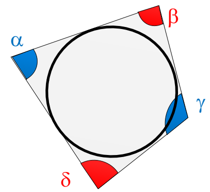
Un quadrilatero è INSCRIVIBILE in una circonferenza se e solo se i suoi angoli opposti sono SUPPLEMENTARI

$\alpha + \gamma = 180°$ $\beta + \delta = 180°$

QUADRILATERI E CIRCONFERENZE (circoscritti)

Un quadrilatero è CIRCOSCRIVIBILE in una circonferenza se e solo se le somme dei suoi angoli opposti è UGUALI

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$



POLIGONI REGOLARI E CIRCONFERENZE

Un poligono regolare (LATI E ANGOLI UGUALI) è sempre inscrivibile e circoscrivibile. Le due circonferenze hanno lo stesso centro

POLIGONI REGOLARI E CIRCONFERENZE

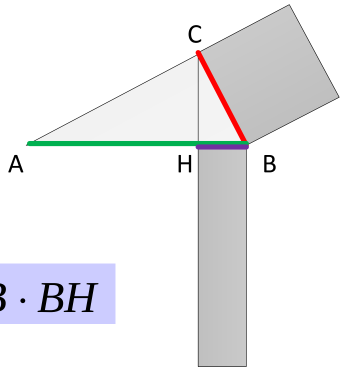
TEOREMI DI EQUIVALENZA TRA POLIGONI

1) FIGURE EQUICOMPOSTE sono equivalenti
2) Un TRIANGOLO è equivalente ad un parallelogramma che ha per latezza la stessa altezza e per base la metà della base del triangolo
3) Un TRAPEZIO è equivalente a un triangolo che ha per altezza la stessa altezza e per base la somma delle due base del trapezio
4) Un POLIGONO CIRCOSCRITTO a una circonferenza è equivalente a un triangolo che ha la base congruente al perimetro del poligono e l'altezza congruente al raggio della circonferenza.
5) Un POLIGONO REGOLARE è equivalente ad un triangolo che ha la base congruente al perimetro del poligono e l'altezza congruente all'apotema

11) TEOREMI DI EUCLIDE E PITAGORA

PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

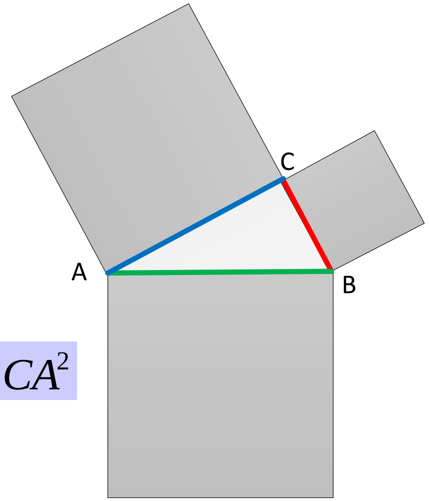
In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito su uno dei cateti è equivalente al rettangolo che ha i lati congruenti alla proiezione del cateto sull'ipotenusa e all'ipotenusa stessa



$$CB^2 = AB \cdot BH$$

TEOREMA DI PITAGORA

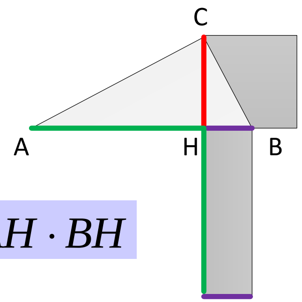
In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa + equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti



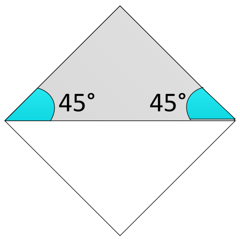
$$AB^2 = CB^2 + CA^2$$

SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE

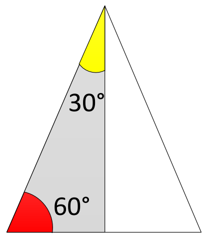
In un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha i lati congruenti alle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa



$$CH^2 = AH \cdot BH$$



META' QUADRATO



META' TRIANGOLO ISOSCELE